

Simulation numérique des comportements hydrodynamiques et thermiques des échangeurs racleurs opérant en régime turbulent

Mounir Baccar*, Mohamed Salah Abid

Laboratoire d'énergétique et de mécanique appliquée, Enis, route de Sokra BP <W>, 3038 Sfax, Tunisie

(Reçu le 2 juin 1998, accepté après révision le 21 décembre 1998)

Abridged English version at the end of the text

Abstract — Numerical simulation of hydrodynamic and thermal behaviours in a scraped surface heat exchanger operating in turbulent regime. Heat transfer in scraped-surface heat exchangers (SSHE) of processing turbulent flowing media has been numerically simulated using a two-equation $k - \varepsilon$ turbulence model. The computational method, based on the control-volume technique, permits us to reveal the details of the thermal and hydrodynamic patterns structured under various geometric and operator parameters. In particular, attention is focused on the effect of the number of blades and the rotational and axial Reynolds numbers on the temperature and velocity distributions. Back-mixing was shown by considering the temperature jump at the inlet of the exchanger. Heat transfer coefficients were determined and fitted with a power function using the dimensionless criteria Nu , Re_r and Pr . Finally, a comparison with the penetration theory model and empirical earlier works has been carried out. © Elsevier, Paris.

heat exchanger / scraped surface / 3D modelling / heat and mass transfer / turbulent flow / parametric studies

Résumé — Une étude des comportements turbulents hydrodynamiques et thermiques d'un échangeur de chaleur à surface raclée est entreprise par voie de simulation numérique, moyennant un modèle de turbulence à deux équations de transport du type $k - \varepsilon$. Cette voie permet d'apporter une connaissance locale prédictive, précise et abondante quant à la répartition des vitesses et des températures et d'apprécier l'effet des différents paramètres géométriques et opératoires sur les performances thermiques de l'échangeur. Nous avons, en particulier, examiné l'effet des nombres de Reynolds axial et de rotation, ainsi que du nombre de lames raclantes. L'évaluation du saut de température à l'entrée de l'échangeur nous a permis de caractériser la dispersion axiale de chaleur. À partir de résultats locaux, le coefficient superficiel d'échange a été déterminé dans différentes situations géométriques et opératoires. Enfin, des comparaisons sont faites avec les résultats issus du modèle théorique de pénétration thermique, ainsi qu'avec des travaux empiriques antérieurs. © Elsevier, Paris.

échangeur de chaleur / surface raclée / modélisation 3D / écoulements turbulents / transfert de chaleur / étude paramétrique

Nomenclature

| | | | | | |
|-------------|---------------------------------------|--------------------------------|-----------|---|------------------|
| C_p | capacité thermique massique..... | $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ | N | vitesse de rotation de l'agitateur... | s^{-1} |
| d | diamètre du rotor..... | m | p | pression..... | Pa |
| D | diamètre intérieur de l'échangeur... | m | r | coordonnée radiale..... | m |
| h | coefficient superficiel d'échange.... | $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ | R | rayon de l'échangeur..... | m |
| ϵ | énergie cinétique turbulente..... | $m^2 \cdot s^{-2}$ | t | temps..... | s |
| ℓ_m | longueur de mélange dynamique... | m | u, v, w | composantes de la vitesse..... | $m \cdot s^{-1}$ |
| ℓ_{th} | longueur de mélange thermique.... | m | v_r | résultante des composantes de la vitesse parallèles à la paroi..... | $m \cdot s^{-1}$ |
| L | longueur de l'échangeur..... | m | w_m | vitesse débitante moyenne..... | $m \cdot s^{-1}$ |
| n_p | nombre de lames | | v^* | vitesse de frottement..... | $m \cdot s^{-1}$ |
| | | | y | distance à la paroi..... | m |
| | | | z | coordonnée axiale..... | m |

* Correspondance et tirés à part.

Symboles grecs

| | | |
|---------------|---|-------------------------------|
| λ | conductivité thermique..... | $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ |
| λ_t | conductivité thermique turbulente . | $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ |
| \mathcal{E} | taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente | $m^2 \cdot s^{-3}$ |
| θ_e | température à l'entrée de l'échangeur | K |
| θ_p | température de la paroi de chauffe . | K |
| θ^* | température de frottement..... | K |
| Θ | coordonnée angulaire..... | rad |
| Θ' | angle à partir du plan vertical des lames..... | ° |
| ρ | masse volumique du fluide..... | $kg \cdot m^{-3}$ |
| μ | viscosité dynamique..... | Pa·s |
| μ_t | viscosité dynamique turbulente | Pa·s |

Constantes empiriques

$A = 26$
 $C_\mu = 0,09 ; C_1 = 1,43 ; C_2 = 1,92$
 $\sigma_k = 1 ; \sigma_\xi = 1,3$
 $\kappa = 0,4 ; \kappa' = 0,44$

Grandeurs adimensionnelles

$d = d/D$
 $L = L/R$
 $\ell_m^+ = \frac{\rho \ell_m v^*}{\mu} ; \ell_{th}^+ = Pr \frac{\rho \ell_{th} v^*}{\mu}$
 $k = \epsilon / (2\pi N R)^2$
 $p = \epsilon / [\rho (2\pi N R)^2]$
 $r = r/R$
 $t = 2\pi N \epsilon$
 $T = \frac{\theta - \theta_e}{\theta_p - \theta_e} ; T^* = \frac{\theta^*}{\theta_p - \theta_e} ; T^+ = \frac{\theta - \theta_p}{\theta^*}$
 $\bar{T}(z) = \frac{\int_{d/2}^{D/2} \int_0^{2\pi} T(r, \Theta, z) r d\Theta dr}{\pi \left(1 - \frac{d^2}{4}\right)}$
 $U, V, W = u, v, w / 2\pi N R ; \vec{v} = (U, V, W)$
 $V^* = \frac{v^*}{2\pi N R} ; V_r = \frac{v_r}{2\pi N R} ; W_m = \frac{w_m}{2\pi N R}$
 $V^+ = \frac{v_r^+}{v^*}$
 $y = y/R ; y^+ = \frac{\rho y v^*}{\mu} ; y^{++} = Pr y^+$
 $z = z/R$
 $\vartheta_t = \mu_t / \mu ; \vartheta_e = 1 + \vartheta_t$
 $\xi = \mathcal{E} / [(2\pi N)^3 R^2]$

Nombres adimensionnels

$Fr = (2\pi N)^2 R/g$ nombre de Froude
 $Nu = \epsilon D / \lambda$ nombre de Nusselt moyen
 $Nu(\Theta, z)$ nombre de Nusselt local
 $Pr = \mu C_p / \lambda$ nombre de Prandtl
 $Pr_t = \mu_t C_p / \lambda_t$ nombre de Prandtl turbulent

$Pe = Re_r Pr$ nombre de Péclet

$Re_r = \rho N D^2 / \mu$ nombre de Reynolds de rotation

$Re_a = \rho W_m (D-d) / \mu$ nombre de Reynolds axial

$$Ta = 2\pi \sqrt{\frac{D-d}{d} \frac{\rho N d (D-d)}{4\mu}}$$

1. INTRODUCTION

Les échangeurs de chaleur à surface raclée (ECSR) sont généralement destinés à traiter en continu des produits visqueux ou chargés en particules solides. Ces unités sont principalement employées dans le secteur des industries agro-alimentaires, chimiques ou biochimiques et sont disponibles en configurations verticales et horizontales. Dans ces échangeurs, le raclage périodique de la paroi permet un renouvellement fréquent de la pellicule du produit en contact avec la paroi d'échange, ce qui prévient les phénomènes d'encrassement et favorise l'agitation mécanique qui contribue à l'amélioration du transfert de chaleur au sein du produit.

L'intérêt pratique de ces échangeurs a suscité de nombreux travaux de recherche visant à corrélérer le coefficient superficiel d'échange et la puissance requise. On peut citer les travaux de Sykora et al. [1] ; Penney et Bell [2] ; Weisser [3] ; Cuevas et al. [4] ; Maingonnat et al. [5] ; Harröd [6] ; Abichandani et al. [7] ; De Geode et De Jong [8]. Cependant, ces corrélations ne permettent pas d'apprécier la distribution des températures dans l'ensemble de l'échangeur et sont souvent établies en régimes d'écoulement laminaire ou transitoire. Dans un récent travail [9], nous avons présenté une étude locale qui a permis d'approfondir la compréhension des comportements hydrodynamique et thermique des ECSR opérant en régime laminaire.

Dans le présent article, nous nous sommes attachés à la prise en compte du caractère turbulent de l'écoulement, qui peut se manifester à hautes fréquences de rotation des racleurs ou lors du traitement thermique de certains produits alimentaires peu visqueux, tels que les jus de fruits, le lait, ou encore certaines huiles minérales ou organiques. Dans cette optique, nous avons abordé le problème par voie numérique. La résolution des équations de mouvement et d'énergie est entreprise dans un système de coordonnées cylindriques tridimensionnelles, en adoptant le modèle $\epsilon - \mathcal{E}$ standard pour la modélisation de la turbulence. La technique de résolution est fondée sur la méthode de discrétisation aux volumes finis.

La configuration géométrique du dispositif étudié, présentée sur la figure 1, est identique à celle que nous avons envisagée dans une étude antérieure [9]. Rappelons ici que la longueur de l'échangeur rapportée à son rayon interne est égale à 6. Le diamètre du rotor rapporté à celui de l'échangeur est de 0,605.

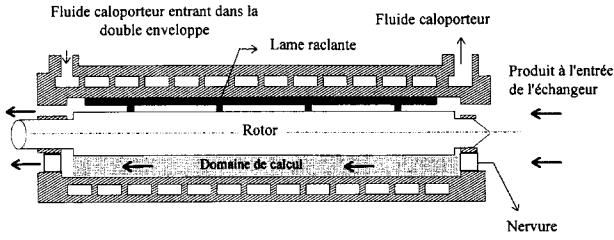


Figure 1. Dispositif étudié.
Figure 1. Studied device.

L'espace entre la lame et le rotor est tel que sa valeur adimensionnelle soit égale à 0,20. Dans ces conditions, le domaine de calcul est défini, tel que $(r, \theta, z) \in [0,605; 1] \times [0; 2\pi/n_p] \times [0; 6]$.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le fluide est supposé incompressible et les caractéristiques thermophysiques telles que la masse volumique, la capacité thermique massique, la conductivité thermique et la viscosité sont supposées indépendantes de la température.

Compte tenu de la décomposition de Reynolds, qui permet de développer un traitement statistique des équations instantanées de mouvement et d'énergie, l'application de la moyenne temporelle conduit aux équations du mouvement moyen de Reynolds et de la température moyenne. En utilisant le concept de diffusion turbulente pour la modélisation des flux turbulents, la fermeture du système d'équations est effectuée par un modèle de turbulence du premier ordre du type $k - \epsilon$.

En respectant la formulation générale de l'équation de conservation d'une propriété transportable, les équations de continuité, de quantité de mouvement, de l'énergie cinétique turbulente, du taux de dissipation et de l'énergie thermique s'expriment sous la forme générale :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_D \Phi \, dv = - \iint_{\Sigma} \vec{J}_{\Phi} \cdot \vec{n} \, ds + \iiint_D S_{\Phi} \, dv \quad (1)$$

En repère mobile lié au rotor interviennent dans les équations de mouvement les forces d'accélération complémentaires centrifuges et de Coriolis. Ces forces sont additionnées aux termes sources S_{Φ} . Les variables intervenant dans les équations de transfert sont rendues adimensionnelles en prenant comme grandeurs de références la vitesse angulaire du mobile ($2\pi N$), le rayon de la paroi interne de l'échangeur R , la viscosité dynamique du fluide μ , la masse volumique ρ et l'écart de température $(\theta_p - \theta_e)$. Les expressions des termes flux J_{Φ} et sources qui en résultent sont répertoriées dans le

tableau, où G est le terme de production d'énergie cinétique turbulente, donné par :

$$G = \vartheta_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{r \partial \theta} + \frac{U}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V}{r} \right) + \frac{\partial U}{r \partial \theta} \right]^2 + \left(\frac{\partial W}{r \partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

Dans la région interne, pleinement turbulente, le nombre de Prandtl turbulent est supposé égal à l'unité. Par ailleurs, la viscosité turbulente est donnée en fonction de k et ξ par la relation suivante :

$$\begin{cases} \vartheta_t = C_{\mu} Re_r \frac{\pi k^2}{2 \xi} \\ \vartheta_e = 1 + \vartheta_t \end{cases} \quad (3)$$

3. CONDITIONS AUX LIMITES

3.1. Conditions hydrodynamiques et thermiques

À l'entrée de l'échangeur, la température a une valeur adimensionnelle nulle. Quant à la vitesse, nous imposons un écoulement « piston », qui se traduit par l'établissement des conditions suivantes :

$$U = V = 0 \quad \text{et} \quad W = W_m$$

avec :

$$W_m = \frac{1}{\pi} \frac{Re_a}{Re_r} \frac{1}{1-d} \quad (4)$$

À la sortie de l'échangeur, les dérivées de toutes les propriétés transportables sont supposées nulles [10]. Concernant la pression, l'utilisation d'un maillage décalé entre la pression et les composantes de vitesse permet de supposer nulles les dérivées de la pression dans la direction normale à toutes les parois solides [11].

3.2. Traitement à proximité des parois

À proximité d'une paroi solide, l'équation de mouvement peut, dans l'approximation d'un écoulement unidirectionnel, s'écrire dans la couche limite dynamique :

$$(\mu + \mu_t) \frac{\partial \mathcal{V}_r}{\partial y} = \rho (\mathcal{V}^*)^2 \quad (5)$$

| TABLEAU / TABLE | | |
|---|--|--|
| Expressions des termes flux et sources en écriture adimensionnelle. | | |
| Dimensionless form of flux and sink terms. | | |
| Φ | \vec{J}_Φ | S_Φ |
| | \vec{V} | 0 |
| U | $-\frac{2}{\pi} \frac{1}{Re_r} (\vartheta_e \overrightarrow{\text{grad}} U) + \vec{V} U$ | $-\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{\pi} \frac{1}{Re_r} \left\{ \begin{aligned} & -2\vartheta_e \left(\frac{U}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \Theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \vartheta_e \frac{\partial U}{\partial r} \right) \\ & + \frac{\partial}{r \partial \Theta} \left[\vartheta_e r \frac{\partial(V/r)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\vartheta_e \frac{\partial W}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} + \frac{V^2}{r} + r + 2V$ |
| V | $-\frac{2}{\pi} \frac{1}{Re_r} (\vartheta_e \overrightarrow{\text{grad}} V) + \vec{V} V$ | $-\frac{\partial p}{r \partial \Theta} + \frac{2}{\pi} \frac{1}{Re_r} \left\{ \begin{aligned} & \vartheta_e \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \Theta} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V}{r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{1}{\partial r} \left[\vartheta_e \left(\frac{\partial U}{\partial \Theta} - V \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{r \partial \Theta} \left[\vartheta_e \left(\frac{\partial V}{r \partial \Theta} + \frac{2U}{r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\vartheta_e \frac{\partial W}{r \partial \Theta} \right) \end{aligned} \right\} - \frac{UV}{r} - 2U$ |
| W | $-\frac{2}{\pi} \frac{1}{Re_r} (\vartheta_e \overrightarrow{\text{grad}} W) + \vec{V} W$ | $-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{2}{\pi} \frac{1}{Re_r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \vartheta_e \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{r \partial \Theta} \left(\vartheta_e \frac{\partial V}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\vartheta_e \frac{\partial W}{\partial z} \right) \right] + \frac{1}{Fr}$ |
| T | $-\frac{2}{\pi} \frac{1}{Pe} \left[\left(1 + \vartheta_t \frac{Pr}{Pr_t} \right) \overrightarrow{\text{grad}} T \right] + \vec{V} T$ | 0 |
| k | $-\frac{2}{\pi} \frac{1}{\sigma_k Re_r} \left[(\sigma_k + \vartheta_t) \overrightarrow{\text{grad}} k \right] + \vec{V} k$ | $\frac{2}{\pi} \frac{1}{Re_r} G - \xi$ |
| ξ | $-\frac{2}{\pi} \frac{1}{\sigma_\xi Re_r} \left[(\sigma_\xi + \vartheta_t) \overrightarrow{\text{grad}} \xi \right] + \vec{V} \xi$ | $\frac{\xi}{k} \left(C_1 \frac{2}{\pi} \frac{1}{Re_r} G - C_2 \xi \right)$ |

Selon que l'on se situe au niveau de la paroi de chauffage, des lames raclantes ou du rotor, V_r est définie comme étant la résultante des composantes de vitesse parallèles à la paroi solide considérée [12]. En adoptant la vitesse de frottement à la paroi V^* comme échelle de référence, l'équation (5) s'écrit sous une forme adimensionnelle :

$$1 = \left(1 + \ell_m^+ \frac{\partial V^+}{\partial y^+} \right) \frac{\partial V^+}{\partial y^+} \quad (6)$$

Pour la détermination des contraintes de cisaillement turbulentes à proximité des parois solides, nous avons adopté le modèle de Van Driest [13]. Le choix de ce modèle présente l'intérêt de situer les premiers nœuds de maillage, adjacents à ces parois, sans conditions particulières. En effet, Van Driest a modélisé l'amortissement de la turbulence dans la couche limite dynamique en introduisant un terme exponentiel de pondération dans l'expression de longueur de mélange mécanique de Prandtl :

$$\ell_m^+ = k y^+ \left[1 - \exp \left(-\frac{y^+}{A} \right) \right] \quad (7)$$

Cette approche permet de fournir une expression générale de l'équation de mouvement, qui s'applique dans la totalité de la couche limite :

$$\frac{\partial V^+}{\partial y^+} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4 \left\{ k y^+ \left[1 - \exp \left(-\frac{y^+}{A} \right) \right] \right\}^2}} \quad (8)$$

L'intégration de cette équation fournit les lois de parois permettant de spécifier les conditions aux limites par raccordement. Il convient pour ce faire de déterminer l'évolution du produit $V^+ y^+$ pour $y^+ = 0 - 100$. Ainsi, sachant que :

$$V^+ y^+ = Re_r \frac{\pi}{2} V_r y \quad (9)$$

la connaissance de la vitesse V_r au niveau du premier nœud adjacents à la paroi solide, ainsi que la distance y à cette paroi, permet d'identifier la valeur de y^+ correspondant. On en déduit la contrainte de frottement

sur la paroi τ_p , l'énergie cinétique turbulente k et le taux de dissipation ξ , soit :

$$V^* = \frac{y^+}{y} \frac{2}{\pi} \frac{1}{Re_r} \quad (10)$$

$$\tau_p = \pm (V^*)^2 \quad (11)$$

$$k = \frac{\left(V^* \ell_m^+ \frac{\partial V^+}{\partial y^+} \right)^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (12)$$

$$\xi = Re_r \frac{\pi}{2} \sqrt{C_\mu} (V^*)^2 \frac{\partial V^+}{\partial y^+} k \quad (13)$$

La couche limite thermique adhérent à la paroi de chauffage est caractérisée par un flux thermique radial constant. En appliquant le concept de conductivité turbulente, l'équation de chaleur à proximité de la paroi de chauffage s'exprime comme suit :

$$-(\lambda + \lambda_t) \frac{\partial \theta}{\partial y} = \rho C_p \theta^* \vartheta^* \quad (14)$$

En adoptant la température de frottement à la paroi T^* comme référence pour les écarts de température $(\theta - \theta_p)$, l'équation (14) s'écrit sous une forme adimensionnelle :

$$1 = - \left\{ 1 + \ell_{th}^+ \ell_m^+ \frac{\partial V^+}{\partial y^+} \right\} \frac{\partial T^+}{\partial y^{++}} \quad (15)$$

Cebeci [14] a généralisé l'approche de Van Driest au cas des fluctuations de température, en vue d'exprimer la conductivité thermique turbulente dans toute la zone interne thermique. Le modèle de Cebeci se traduit alors, en terme de longueur de mélange thermique, par :

$$\ell_{th}^+ = k' y^{++} \left[1 - \exp \left(- \frac{y^{++}}{B(Pr)} \right) \right] \quad (16)$$

B a été déterminé par Na et Habib [15] à partir de données expérimentales en fonction du nombre de Prandtl.

$$B(Pr) = \sqrt{Pr} \left[34,96 + 28,79 \log_{10} Pr + 33,95 (\log_{10} Pr)^2 + 6,33 (\log_{10} Pr)^3 + 1,186 (\log_{10} Pr)^4 \right] \quad (17)$$

Dans ces conditions, l'équation du transfert thermique s'écrit dans la couche limite thermique comme suit :

$$1 = - \frac{dT^+}{dy^{++}} \left\{ 1 + k k' y^+ y^{++} \left[1 - \exp \left(- \frac{y^+}{A} \right) \right] \left[1 - \exp \left(- \frac{y^{++}}{B(Pr)} \right) \right] \frac{\partial V^+}{\partial y^+} \right\} \quad (18)$$

L'intégration de cette équation, couplée à celle de mouvement (8), permet de dresser un tableau donnant la solution pour $y^+ = 0 - 100$, avec $T^+ = V^+ = 0$ pour $y^+ = 0$. La solution est donnée pour un nombre de Prandtl donné. Ainsi, en fonction de la température T et la vitesse V_r , calculées au niveau du premier nœud avoisinant la paroi de chauffage, on déduit les valeurs locales de la densité de flux adimensionnelle et du nombre de Nusselt local, soit :

$$T^* V^* = \frac{(T - 1) V_r}{T^+ V^+} \quad (19)$$

$$Nu(\Theta, z) = \pi \frac{Pe}{1 - \overline{T}(z)} V^* T^* \quad (20)$$

Enfin, le nombre de Prandtl turbulent Pr_t sur les points adjacents aux parois solides est pris égal au rapport entre les longueurs de mélange dynamique et thermique.

4. RÉOLUTION NUMÉRIQUE

La résolution des équations du mouvement et de l'énergie thermique est fondée sur la méthode de discrétisation aux volumes finis en utilisant la technique du maillage décalé. Le maillage adopté est de 24 dans la direction radiale, 30 dans la direction angulaire (60 dans le cas d'une seule lame) et 36 dans la direction axiale. La discrétisation spatiale des termes «flux», relatifs à toutes les quantités transportables, est obtenue en suivant une procédure de linéarisation au schéma hybride [10]. En utilisant le schéma implicite aux directions alternées de Douglas et Gunn [16], les systèmes d'équations sont traités sous une forme instationnaire ; la solution permanente est recherchée comme limite d'un pseudo-régime transitoire. Le couplage pression-vitesse repose sur l'algorithme Simpler dû à Patankar [10], qui consiste à corriger les vitesses calculées à partir des équations de quantité de mouvement, afin que celles-ci vérifient l'équation de continuité. Enfin, l'équation de l'énergie thermique est résolue indépendamment du calcul hydrodynamique, puisque les propriétés thermophysiques sont supposées indépendantes de la température.

5. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Dans un repère fixe, le régime hydrodynamique induit par la rotation du mobile évolue périodiquement à la fréquence de passage des lames raclantes. À titre indicatif, on montre sur la figure 2 un exemple donnant l'évolution au cours d'une période ($2\pi/n_p$) des

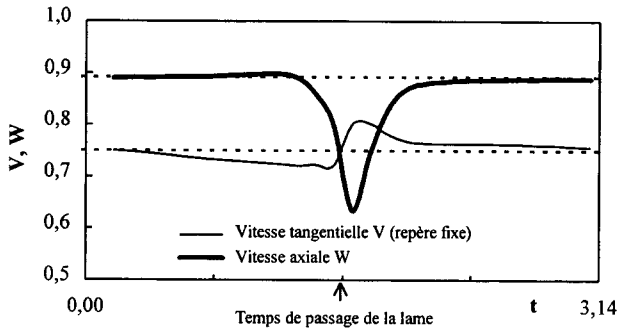


Figure 2. Évolution en fonction du temps des composantes axiale et tangentielle de la vitesse au point M ($r = 0,76 ; z = 3$) ; (2 lames, $Re_a = Re_r = 10^4$).

Figure 2. Evolution of axial and tangential velocity components with time at a particular point M ($r = 0.76 ; z = 3$) ; (2 scrapers, $Re_a = Re_r = 10^4$).

composantes axiale et tangentielle de la vitesse en un point particulier, de coordonnées $r = 0,76$ et $z = 3$. Cet exemple correspond au cas d'un mobile doté de deux lames, les nombres de Reynolds axial et de rotation étant égaux à 10^4 . Cette figure fait apparaître une importante variation des tracés des composantes de la vitesse, occasionnée périodiquement par le passage de la lame à proximité du point considéré. Toutefois, dans un repère tournant avec le mobile, la vitesse en un point donné atteint un régime permanent. Ainsi, dans ce qui suit, les résultats de simulations sont présentés en repère mobile sous forme de cartographies, permettant de visualiser les conformations des champs de vitesse et de température dans différentes situations géométriques et opératoires.

5.1. Effet du nombre de Reynolds de rotation

L'effet de ce paramètre est étudié dans le cas particulier d'un mobile muni d'une seule lame raclante. Le nombre de Reynolds axial étant fixé à 50, la comparaison des *figure 3a* et *3b*, décrivant les champs de vitesse dans un plan $r-\theta$ situé à mi-hauteur de l'échangeur, permet d'isoler l'effet de Re_r sur le comportement hydrodynamique. Il apparaît que l'action de raclage de la paroi est suivie d'une forte pénétration du fluide décollé de la surface de l'échangeur. À $Re_r = 10^4$, le courant fluide introduit le long de la lame diverge à l'encontre du rotor et la vitesse du fluide, qui s'engage entre le bord de fuite et le rotor, s'intensifie sous l'effet du rétrécissement. Simultanément, une forte dépression se crée derrière les lames raclantes. Il en résulte un énergique tourbillon à l'aval du racler et un deuxième de moindre intensité en amont. Loin de la zone d'influence du mobile d'agitation, l'écoulement est quasiment tangentiel. À plus fort nombre de Reynolds ($Re_r = 5 \cdot 10^4$), le jet radial s'intensifie et la recirculation

à l'amont disparaît presque complètement, sous l'effet du mouvement de convection tangentielle.

Sur les *figures 4* et *5*, nous avons présenté les champs de température, respectivement pour $Re_r = 10^4$ et $Re_r = 5 \cdot 10^4$, et ce, à deux niveaux de l'échangeur : à l'entrée ($z = 0,8$) et à mi-hauteur ($z = 3$). À fort nombre de Reynolds, $Re_r = 5 \cdot 10^4$ (*figures 5a* et *5b*), on peut aisément constater que le niveau des températures est plus élevé. On signale aussi une meilleure homogénéisation et un renforcement des gradients de température au voisinage des parois de chauffage. Ce résultat est tout à fait prévisible, étant donné que l'augmentation du nombre de Reynolds contribue à l'intensification du

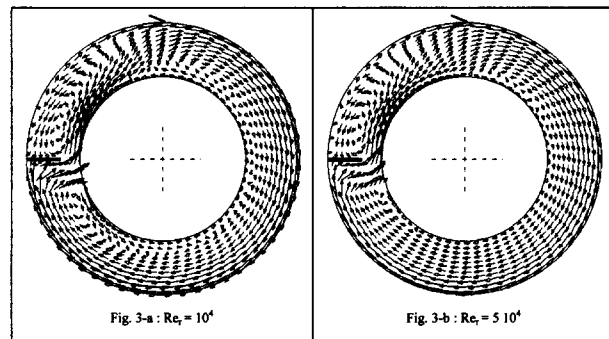
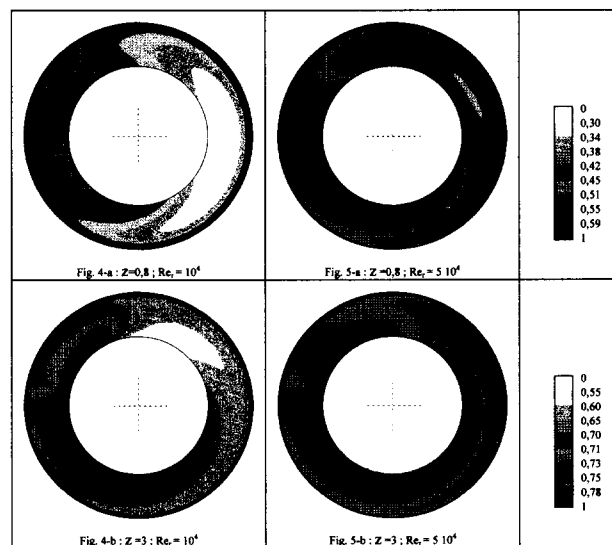


Figure 3. Influence du nombre de Reynolds de rotation sur le champ de vitesse ($z = 3, Re_a = 50, \psi = 1$).

Figure 3. Effect of rotational Reynolds number on the velocity vector distributions ($z = 3, Re_a = 50, \psi = 1$).



Figures 4-5. Influence du nombre de Reynolds de rotation sur le champ de température ($Re_a = 50, Pr = 7$).

Figures 4-5. Effect of rotational Reynolds number on the temperature distributions ($Re_a = 50, Pr = 7$).

champ de vitesse et par conséquent au rétrécissement des couches limites hydrodynamique et thermique. Cette tendance se confirme sur la *figure 6*, où nous avons présenté pour $z = 3$ l'évolution angulaire du nombre de Nusselt local pour deux valeurs de Re_r ($Re_r = 10^4$ et $Re_r = 5 \cdot 10^4$). Cette *figure* montre, par ailleurs, des profils similaires à ceux que nous avons observés en régime laminaire [9], marqués par une augmentation de Nu_θ en amont de la lame raclante, suivie d'une importante chute à l'aval.

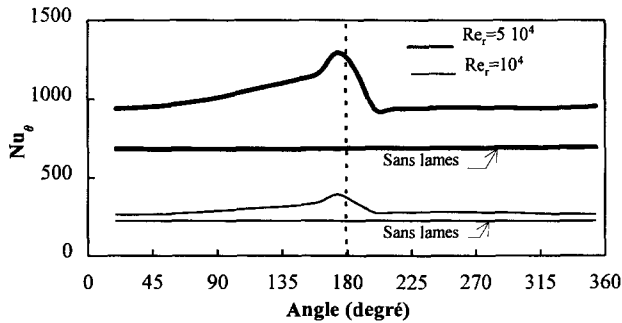


Figure 6. Évolution du nombre de Nusselt angulaire en fonction du nombre de Reynolds de rotation ($z = 3$, $Re_a = 50$, $Pr = 7$).

Figure 6. Angular Nusselt number evolution in relation to the rotational Reynolds number ($z = 3$, $Re_a = 50$, $Pr = 7$).

5.2. Effet du nombre de lames

Les *figure 7a, 7b et 7c* montrent les structures hydrodynamiques générées par des mobiles dotés respectivement de 2, 3 et 4 lames. Ces représentations dans le plan $r-\theta$, situé à mi-hauteur de l'échangeur, correspondent à $Re_r = 10^4$ et $Re_a = 50$. Quel que soit le nombre de lames n_p , on remarque que la transformation de l'écoulement tangentiel en écoulement radial en face de chaque lame est à l'origine d'un puissant jet radial. Ce jet bifurque à l'encontre du rotor pour engendrer une première zone de recirculation logée derrière les lames et une deuxième en amont. Pour un nombre de lames égal à 3 ou 4, on distingue deux zones de recirculation, qui envahissent complètement l'espace annulaire compris entre deux lames consécutives. Ces recirculations, tournant activement en sens inverses, se conjuguent pour induire un véritable courant centrifuge, qui parvient jusqu'à la paroi de chauffage.

L'influence du nombre de lames sur le comportement thermique de l'échangeur peut être perçue en comparant les *figure 8a, 8b et 8c* représentant, respectivement, la répartition des températures relatives à 2, 3 et 4 lames. On remarque que l'étendue des zones chaudes est d'autant plus importante que le nombre de lames est élevé. On peut voir aussi la formation de deux zones tourbillonnaires, une à température minimale ($T < 0,82$) et une à température maximale ($T > 0,91$). Par ailleurs,

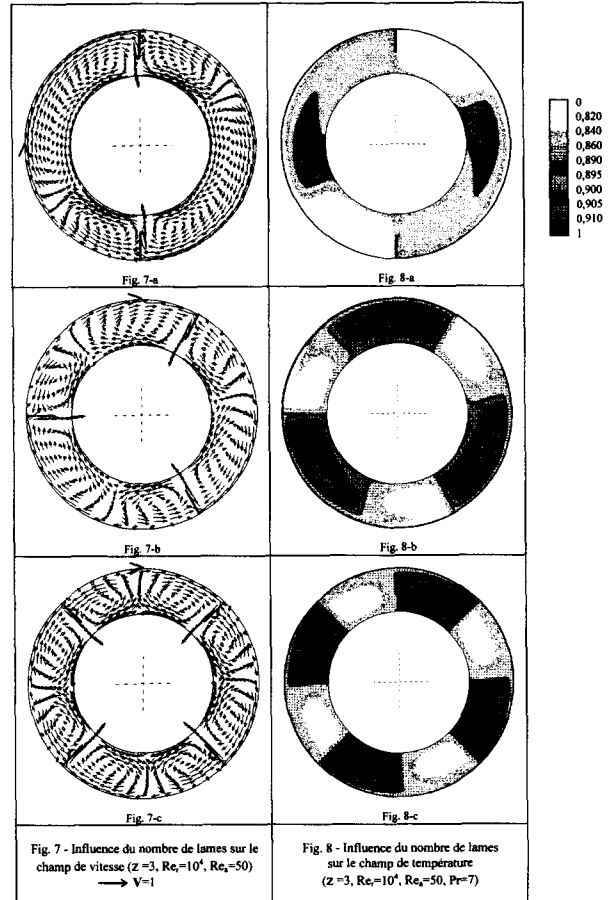


Figure 7-8. Influence du nombre de lames sur le champ de vitesse ($z = 3$, $Re_r = 10^4$, $Re_a = 50$).

Figure 7-8. Effect of the number of scrapers on the velocity vector distributions ($z = 3$, $Re_r = 10^4$, $Re_a = 50$).

contrairement à ce que l'on a pu observer en régime laminaire [9], l'emplacement du noyau chaud se trouve isolé au sein du milieu fluide et non pas en amont des lames. Ce comportement est à l'origine des mouvements de retour du fluide qui s'accompagnent de la dispersion axiale thermique.

Afin de quantifier l'effet du nombre de lames sur les performances thermiques de l'échangeur, nous avons porté sur la *figure 9* l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction de n_p . Il apparaît que l'augmentation du nombre de lames de 1 à 3 entraîne une nette amélioration des performances thermiques. Pour des nombres de lames supérieurs à trois, cette amélioration est moins prononcée et devient négligeable pour $n_p > 4$. En vérifiant que cette évolution ne peut pas être décrite par une relation en puissance, nous pouvons conclure que les corrélations empiriques, établies en fonction de n_p , sont imprécises.

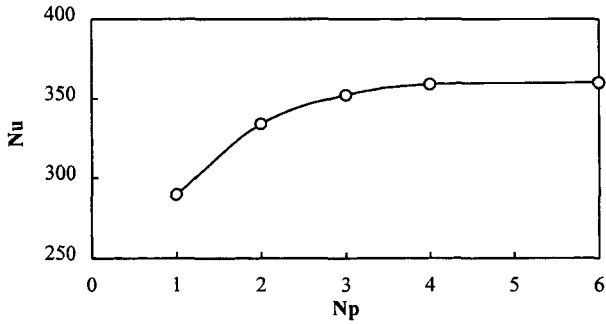


Figure 9. Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de lames ($Re_r = 10^4$, $Re_a = 50$, $Pr = 7$).

Figure 9. Effect of the number of scrapers on the Nusselt number ($Re_r = 10^4$, $Re_a = 50$, $Pr = 7$).

5.3. Caractérisation de la dispersion axiale

L'influence de Re_a est illustrée sur les figures 10 et 11, reproduisant les comportements hydrodynamiques et thermiques dans les plans r - z situés respectivement en aval et en amont des lames.

À nombre de Reynolds axial relativement élevé, $Re_a = 500$ (figures 10b et 11b), les mouvements de convection axiale sont importants, ce qui va de pair avec une atténuation de la dispersion axiale de chaleur. C'est pourquoi la température au fond de l'échangeur

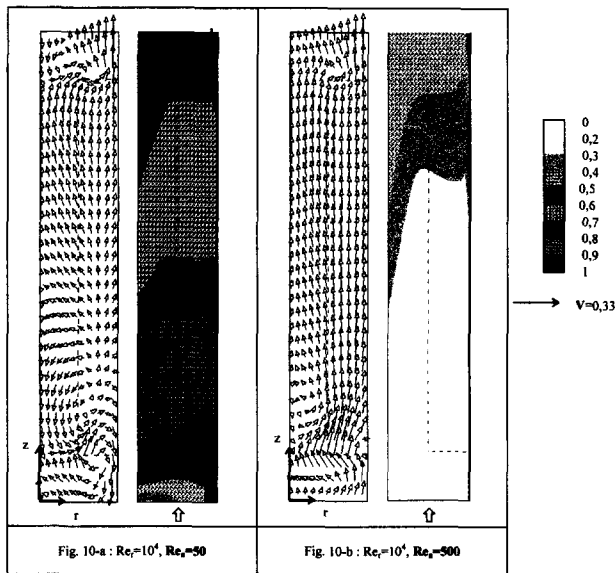


Figure 10. Champs de vitesse et de température dans un plan r - z situé en amont du racleur ($\Theta' = -9^\circ$).

Figure 10. Velocity vector and temperature distributions on a r - z plane ($\Theta' = -9^\circ$).

est proche de celle du fluide avant sa pénétration dans l'appareil. Aussi, on note que le niveau de température à la sortie est relativement faible ($T = 0,46$), ce qui s'explique par un court temps de séjour. En revanche, à $Re_a = 50$, les mouvements de retour, ainsi que les effets de bord, sont manifestement plus apparents (figures 10a et 11a). On note à l'entrée de l'échangeur, en particulier sur la figure 10a, la formation d'une structure tourbillonnaire secondaire, siège d'un niveau de température assez élevé ($0,5 < T < 0,6$).

La figure 12 montre le saut de température à l'entrée de l'échangeur en fonction du rapport entre le nombre de Taylor et le nombre de Reynolds axial. Conformément

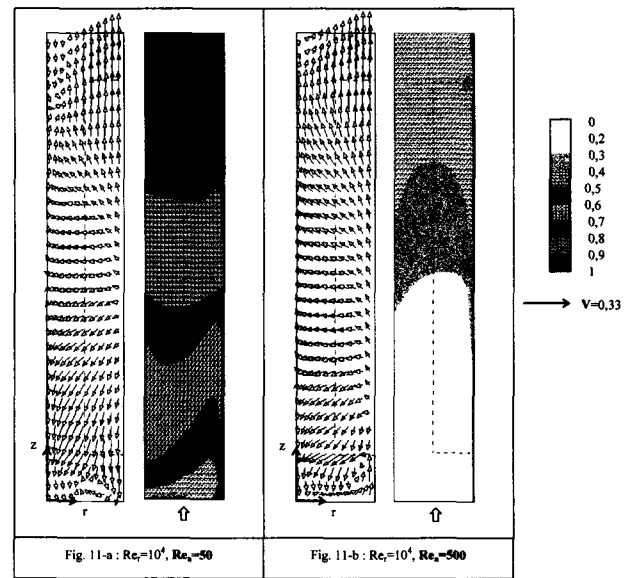


Figure 11. Champs de vitesse et de température dans un plan r - z situé en amont du racleur ($\Theta' = +9^\circ$).

Figure 11. Velocity vector and temperature distributions on a r - z plane ($\Theta' = +9^\circ$).

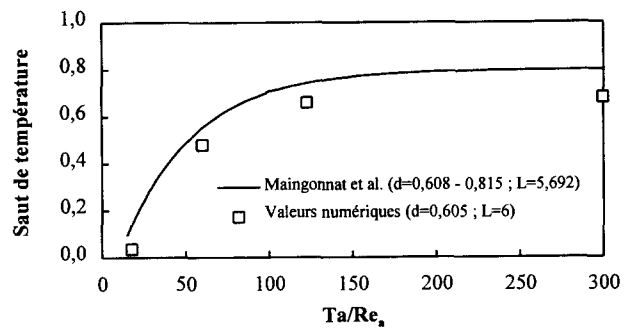


Figure 12. Influence du rapport Ta/Re_a sur le saut de température à l'entrée de l'échangeur (2 lames, $Pr = 90$).

Figure 12. Temperature jump at the inlet of the exchanger versus Ta/Re_a (2 scrapers, $Pr = 90$).

aux constatations précédentes, il apparaît que le saut de température augmente avec la vitesse de rotation du mobile d'agitation et que le débit diminue. Par ailleurs, on peut noter que les résultats obtenus par la voie de simulation numérique concordent avec les résultats expérimentaux de Maingonnat et al. [5], qui ont travaillé sur un échangeur similaire au nôtre ($L = 5,692$; $d = 0,608$).

L'effet de Re_a sur les performances de l'échangeur est illustré sur la *figure 13*. Le nombre de Reynolds de rotation étant fixé à 10^4 , cette figure met en évidence le fait que le débit est sans effet important sur le nombre de Nusselt pour des valeurs de Re_a inférieures à 500. Dans ce cas, le rapport Re_a/Re_r est très faible ($< 0,05$) et la dispersion axiale se manifeste d'une manière qui fait penser au comportement en cuve parfaitement agitée. Au-delà de $Re_a = 500$, on assiste à une augmentation de Nu avec Re_a .

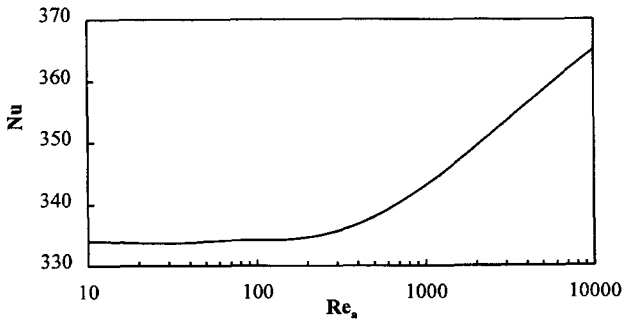


Figure 13. Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds axial ($Re_r = 10^4$, $Pr = 7$).

Figure 13. Nusselt number evolution with axial Reynolds number ($Re_r = 10^4$, $Pr = 7$).

5.4. Comparaison prédictions numériques - travaux antérieurs

La *figure 14* présente l'évolution, en fonction de Re_r , des nombres de Nusselt moyens calculés successivement par notre modèle, puis par le modèle de pénétration thermique [17] et enfin à partir des corrélations fournies par Skelland et al. [18] ; Dinglinger [19] ; Weisser [3] et Cuevas et al. [4]. Cette figure montre que l'approche numérique autorise des prévisions globalement satisfaisantes. Les écarts les plus importants sont observés à nombres de Reynolds élevés. Les valeurs numériques sont d'environ 30 % plus grandes que celles prévues par le modèle théorique ou par la corrélation de Cuevas et al. [4].

La régression linéaire appliquée aux résultats numériques révèle que le nombre de Nusselt est proportionnel à Re_r élevé à la puissance 0,72 et qu'il varie comme une puissance de Pr égale à 0,30. Ainsi, on pourrait

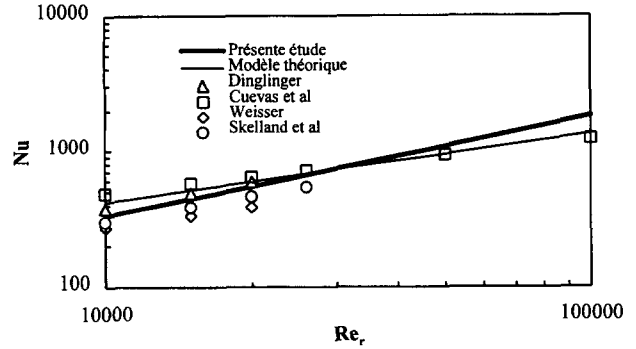


Figure 14. Comparaison des prédictions numériques du nombre de Nusselt avec les valeurs données par voies empirique et théorique ($Re_a = 500$, $Pr = 7$).

Figure 14. Comparison of numerical Nusselt numbers with experimental and theoretical values ($Re_a = 500$, $Pr = 7$).

établir la formule suivante pour le calcul du coefficient superficiel d'échange :

| Équation | Coefficient de corrélation | Conditions opératoires | | | |
|------------------------------------|----------------------------|------------------------|-------------|---------|-------|
| | | Re_r | Re_a/Re_r | Pr | n_p |
| $Nu = 0,234 Re_r^{0,72} Pr^{0,30}$ | 0,99 | $10^4 - 10^5$ | $< 0,05$ | < 100 | 2 |

La comparaison de cette corrélation à celles fournies par des travaux antérieurs est difficile, car ces derniers présentent des disparités assez importantes et ne tiennent pas toujours compte des mêmes paramètres. En effet, la corrélation de Cuevas et al. [4] prévoit un exposant de Re_r égal à 0,4. Quant à Skelland et al. [18], ainsi que Dinglinger [19], ils envisagent un exposant légèrement inférieur au notre, de l'ordre de 0,65. Pour ce qui concerne l'exposant du nombre de Prandtl, la valeur trouvée ici est très proche de celle couramment adoptée dans la littérature, qui est égale à 1/3 [2, 3, 4, 18]. Cependant, Skelland et al. [18] envisagent une valeur égale à 0,7 et Ghosal et al. [20] proposent 0,6.

Par ailleurs, nous avons comparé notre équation à celle établie à partir de la théorie de pénétration thermique, soit, conformément à Latinen [17] :

$$Nu = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{Re_r Pr n_p} \quad (21)$$

Pour comprendre l'écart que l'on signale avec cette dernière corrélation, il importe de rappeler les hypothèses sur lesquelles est fondée l'approche théorique. Celle-ci prévoit qu'entre deux raclages consécutifs, le transfert thermique entre la paroi et le liquide s'établit dans un film mince, à la manière de la conduction

instationnaire dans un milieu semi-infini. Ensuite, à la fréquence de passage des lames, le produit décollé de la paroi est complètement mélangé au reste du fluide. Si cette dernière hypothèse est bien vérifiée en régime turbulent, nous pensons néanmoins que la pénétration thermique qui se produit pendant le laps de temps séparant deux raclages consécutifs peut bien se produire au-delà de la sous-couche visqueuse pour atteindre les sous-couches inertielle et turbulente. Dans ce cas, le transfert de chaleur est régi non seulement par la conduction moléculaire, mais aussi par la conduction turbulente. Il semble, ainsi, que le modèle théorique ne peut convenir que lorsque l'épaisseur de pénétration thermique qui se forme entre deux raclages consécutifs est inférieure ou égale à celle de la sous couche visqueuse.

6. CONCLUSION

Les propriétés hydrodynamiques et thermiques d'un échangeur de chaleur à surface raclée opérant en régime turbulent ont été étudiées par simulation numérique. Ainsi, nous avons pu caractériser les champs de vitesse et de température, ce qui constitue un élément important d'appréciation des performances thermiques de ce type d'appareil. L'étude de l'effet des différents paramètres géométriques et opératoires nous a permis, en particulier, de dégager les enseignements suivants :

- l'augmentation de la vitesse de rotation, tout comme la diminution du débit, induit des effets de bord, qui se manifestent par la formation de structures tourbillonnaires secondaires qui favorisent la dispersion axiale thermique ;

- à Re_r constant, l'augmentation du débit contribue à une croissance de la différence moyenne de température entre la paroi de chauffage et le milieu fluide, ce qui se traduit par une amélioration des performances thermiques de l'échangeur ; cependant, cette amélioration n'est appréciable qu'après un certain rapport $Re_a/Re_r = 0,05$;

- le renouvellement du produit près des parois de chauffe est d'autant plus fréquent, à vitesse de rotation constante, que le nombre de lames est important ; néanmoins, pour un nombre de lames supérieur à 4, l'amélioration du transfert est imperceptible ;

- l'effet du nombre de Reynolds de rotation sur les performances thermiques est plus prononcé que celui prédit par la théorie de pénétration thermique ;

- l'équation que nous avons obtenue à partir de résultats locaux est en bon accord avec celle établie par Dinglinger [19].

RÉFÉRENCES

[1] Sykora S., Navratil B., Karasek O., Heat transfer on scraped walls in the laminar, transitional regions,

Collection Czechoslov, Chem. Comm. 33 (2) (1968) 518-528.

[2] Penney W.R., Bell K.J., Heat transfer in a thermal processor agitated with a fixed clearance thin flat blade, Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 65 (92) (1969) 1-11.

[3] Weisser H., Untersuchungen zum Wärmeübergang im Kratzkühler, thèse, université de Karlsruhe, 1972.

[4] Cuevas R., Cheryan M., Porter V.L., Performance of a scraped heat exchanger under ultra high temperature conditions: a dimensional analysis, J. Food Sci. 47 (1982) 619-625.

[5] Maingonnat J.-F., Benezech T., Corrieu G., Performances thermiques d'un échangeur de chaleur à surface raclée traitant des produits alimentaires newtoniens et non newtoniens, Rev. Gen. Therm. 279 (1985) 299-304.

[6] Harröd M., Scraped-surface heat exchangers, J. Food Process Eng. 9 (1986) 1-62.

[7] Abichandani.H., Sarma S.C., Heldman D.R., Hydrodynamics and heat transfer in thin film scraped-surface heat exchangers, J. Food Process Eng. 9 (2) (1987) 143-172.

[8] De Geode R., De Jong E.J., Heat transfer properties of a scraped-surface heat exchanger in the turbulent flow regime, Chem. Eng. Sci. 48 (8) (1993) 1393-1404.

[9] Baccar M., Abid M.S., Numerical analysis of three-dimensional flow and thermal behaviours in a scraped-surface heat exchanger, Rev. Gen. Therm. 36 (1997) 782-790.

[10] Patankar S.V., Numerical heat transfer and fluid flow, Series in computational methods in mechanics, thermal sciences, Mac Graw Hill, New York, 1980.

[11] Favre A., Kovaznay L.S.G., Dumas R., Gaviglio J., Coantic M., La turbulence en mécanique des fluides. Bases théoriques et expérimentales, Gautier-Villars, Paris, 1976.

[12] Boulour-Froushan A.H., Prediction of single-phase turbulent flow in agitated vessels, thèse, Imperial College, Université de Londres, 1986.

[13] Van Driest E.R., On turbulent flow near a wall, J. Aero. Sci. 23 (1956) 1007-1011.

[14] Cebeci T., A model for eddy conductivity and turbulent Prandtl number, J. Heat Trans.-T. ASME 95 (1973) 227-235.

[15] Na T.Y., Habib S., Heat transfer in turbulent pipe flow based on a new mixing length model, Appl. Sci. Res. 28 (1973) 302-308.

[16] Douglass J., Gunn J.E., A general formulation of alternating direction implicit methods, Num. Math. 6 (1964) 428-453.

[17] Latinen G.A., Discussion of correlation of scraped film heat transfer in the votator, Chem. Eng. Sci. 9 (4) (1959) 263-266.

[18] Skelland A. H.P., Oliver D.R., Tooke S., Heat transfer in a water-cooled scraped-surface heat exchanger, Brit. Chem. Eng. 7 (5) (1962) 346-353.

[19] Dinglinger G., Die Wärmeübertragung im Kratzkühler Kältetechn 16 (6) (1964) 170-175.

[20] Ghosal J. K., Srimani B. N., Gnosh D.N., Study of the heat transfer rate in a steam-heated votator, Indian Chem. Eng. 9 (2) (1967) 53-58.

Abridged English Version

Numerical simulation of hydrodynamic and thermal behaviours in a scraped surface heat exchanger operating in turbulent regime

Scraped surface heat exchangers (SSHE) are usually used for processing highly viscous or heat sensitive materials currently encountered in processing food. These units can also be used for the thermal treatment of non-viscous media in which case heat transfer occurs in turbulent regime. However, a literature survey revealed a scarcity of studies under this condition.

The characteristics of the turbulent flow and heat transfer in a scraped surface heat exchanger are investigated numerically using the standard $k-\epsilon$ model in conjunction with the wall function method. Turbulence in the vicinity of all rigid walls are modelled using the Van Driest (1956) hypothesis to predict the wall shear stresses, turbulence kinetic energy and its dissipation rate on the points situated in boundary layers. Turbulent heat flux on the heated wall is defined using the Cebeci (1973) approach which takes into account both laminar and turbulent contributions on the region adjacent to the heated wall. The simulation, based on the control-volume method, is carried in a three-dimensional cylindrical system in the assumption of a constant fluid properties.

The aim of this study consists in bringing a better knowledge about hydrodynamic and thermal behaviours induced in SSHE under various geometric and operator parameters. In particular, attention is focused on the effect of the number of blades and the rotational and axial Reynolds numbers on the temperature and velocity distributions. At high rotational Reynolds number, the heat transfer increases as a result of turbulent eddies disturbing the film layer and the higher frequency of moving the scraped film from the heated wall. As can be seen in *figures 3, 4 and 5*, both of these factors

cause an intensification of the velocity field and a greater homogeneity of the temperature distribution. The increase of the number of blades causes effects similar to those produced by an increase of the rotor speed, viz. greater turbulence in the bulk of the liquid and a higher frequency of scraped film. In addition to these effects, as indicated in *figures 7 and 8*, an increase in n_p produces pairs of counter-rotating vortices occupying the whole of the annular space delimited by two consecutive scrapers. However, it appears in *figure 9* that the increase of the number of blades beyond 4 does not yield an appreciable improvement of the heat transfer coefficient.

The increase in mass flow rate and hence Re_a tends to void the back-mixing phenomenon and reduces the residence time of the fluid in the exchanger. In the opposite case, when the axial Reynolds number decreases, axial mixing increases. Thus, as is shown in *figure 10a*, a pair of rotating vortices occurs in the upper and lower edges of the scraper. This attitude reduces the driving force for heat transfer and limits the performance of the exchanger. In *figure 12*, back-mixing is characterised by the sudden increase of the product temperature just after the entrance of the exchanger. This phenomenon is more pronounced at higher Taylor number and lower axial Reynolds number.

Finally, Nusselt numbers predicted by numerical results are correlated by a dimensionless equation in order to be compared with theoretical and empirical earlier works. Comparison reveals that the heat transfer coefficient numerically determined depends on the rotational Reynolds number more strongly than that predicted by the model based on penetration theory.

